

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
«НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ  
ЛУГАНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ»

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА  
для образовательных организаций (учреждений)  
Луганской Народной Республики

Математика

X-XI классы

Профильный уровень

Луганск  
2016

Утверждено  
Министерством образования и науки Луганской Народной Республики  
(приказ №483 от 27.12.2016)

Рассмотрено  
Научно-методическим советом  
Государственного учреждения Луганской Народной Республики  
«Научно-методический центр развития образования  
Луганской Народной Республики»  
(протокол №9 от 25.11.2016)

**Составители:**

Сухинин В.В., учитель математики Государственного бюджетного образовательного учреждения «Алчевская средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением предметов физико-математического цикла №22», старший учитель.

Сырмолов В.Ю., учитель математики Государственного бюджетного образовательного учреждения «Алчевская средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением предметов физико-математического цикла №22».

Филиппова Т.В., учитель математики Государственного учреждения «Луганская специализированная школа I-III ступеней №1 имени профессора Льва Михайловича Лоповка», учитель-методист.

Читаева Е.В., учитель математики Государственного учреждения «Луганская специализированная школа I-III ступеней №57», учитель-методист.

**Общая редакция:**

Щербакова Ю.А., методист отдела методики преподавания учебных дисциплин Государственного учреждения Луганской Народной Республики «Научно-методический центр развития образования Луганской Народной Республики».

**Рецензенты:**

Кривко Я.П., доцент кафедры фундаментальной математики Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко», кандидат педагогических наук, доцент.

Селютина Н.Н., методист Государственного учреждения Луганской Народной Республики «Луганский методический центр».

## **Пояснительная записка**

Примерная программа для образовательных организаций (учреждений) Луганской Народной Республики по математике (X-XI классы, профильный уровень) составлена на основе государственного образовательного стандарта.

### **Общая характеристика учебного предмета**

На профильном уровне содержание математического образования, представленное в основной школе, развивается в следующих направлениях:

— систематизация сведений о числах; формирование представлений о расширении числовых множеств от натуральных до комплексных как способе построения нового математического аппарата для решения задач окружающего мира и внутренних задач математики; совершенствование техники вычислений;

— развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем;

— систематизация и расширение сведений о функциях, совершенствование графических умений; знакомство с основными идеями и методами математического анализа в объеме, позволяющем исследовать элементарные функции и решать простейшие геометрические, физические и другие прикладные задачи;

— расширение системы сведений о свойствах плоских фигур, систематическое изучение свойств пространственных тел, развитие представлений о геометрических измерениях;

— развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире;

— совершенствование математического развития до уровня, позволяющего свободно применять изученные факты и методы при решении задач из различных разделов курса, а также использовать их в нестандартных ситуациях;

— формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин, углубление знаний об особенностях применения математических методов к исследованию процессов и явлений в природе и обществе.

### **Цели изучения математики**

Изучение математики в старшей школе на профильном уровне направлено на достижение следующих **целей**:

— формирование представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;

— овладение устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

— развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей на уровне, необходимом для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;

— воспитание средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса.

### **Требования к результатам освоения программы**

**Личностными результатами** обучения математике в средней школе являются:

— креативность, готовность и способность к личностному самоопределению;

— готовность и способность учащихся к отстаиванию собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию;

— готовность и способность учащихся к саморазвитию и самовоспитанию;

— принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;

— готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;

— готовность учащихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;

— готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;

— осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;

— способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;

— развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

— мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству,

владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;

— готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

— экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

— осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

— готовность учащихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных проблем;

— потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;

— готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

**Метапредметные результаты** представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

*Регулятивные универсальные учебные действия*

*Выпускник научится:*

— самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

— оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;

— ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

— оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

— выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;

— организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;

— сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

#### *Познавательные универсальные учебные действия*

##### *Выпускник научится:*

— искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

— критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;

— использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;

— находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим

замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;

— выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

— выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;

— менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

*Коммуникативные универсальные учебные действия*

*Выпускник научится:*

— осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;

— при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);

— координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;

— развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

— распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

**Предметные результаты**

**Элементы теории множеств и математической логики**

*Выпускник научится:*



— свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;

— задавать множества перечислением и характеристическим свойством;

— оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;

— проверять принадлежность элемента множеству;

— находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;

— проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

— использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;

— проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов.

*Выпускник получит возможность научиться:*

— оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;

— понимать суть косвенного доказательства;

— оперировать понятиями счетного и несчетного множества;

— применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств; при решении задач.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

*использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.*

### **Числа и выражения**

*Выпускник научится:*

— свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, множество иррациональных чисел, корень степени  $n$ , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

— понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;

— переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;

— доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;

— выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;

— сравнивать действительные числа разными способами;

— упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием корня  $n$  степени;

— находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;

— выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;

— выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

— выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;

— записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;

— составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов, использовать справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

*Выпускник получит возможность научиться:*

— свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;

— понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;

— владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;

— владеть базовыми представлениями о множестве комплексных чисел;

— свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;

— владеть формулой бинома Ньютона;

— применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;

— применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;

— применять при решении задач Малую теорему Ферма;

— уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;

- применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;
- применять при решении задач цепные дроби;
- применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;
- владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;
- применять при решении задач Основную теорему алгебры;
- применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.

### **Уравнения и неравенства**

*Выпускник научится:*

- свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе высших степеней, дробно-рациональные и иррациональные уравнения, уравнения и неравенства с модулем;
- владеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств, стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения уравнений степени 2 и выше;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;

- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

*Выпускник получит возможность научиться:*

- свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- свободно решать системы линейных уравнений;

- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;
- применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли.

## **Функции**

*Выпускник научится:*

— владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание/убывание на числовом промежутке, максимальное и минимальное значения функции, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, точки перегиба, вогнутость и выпуклость функции, периодичность функции, период, четность и нечетность функции, асимптота графика функции; уметь применять эти понятия при решении задач;

— владеть понятиями степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрическая функции; строить их графики и применять их свойства при решении задач;

— владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач, в том числе задач с параметрами;

— применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;

— применять при решении задач преобразования графиков функций;

— владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;

— применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

*Выпускник получит возможность научиться:*

*— оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, максимальное и минимальное значение функции, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;*

*— оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;*

*— определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;*

*— строить графики изученных функций;*

*— описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;*

*— строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);*

*— решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.*

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

*— определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);*

— интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

— определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.).

### **Элементы математического анализа**

*Выпускник научится:*

— владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;

— применять для решения задач теорию пределов;

— владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;

— владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;

— вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;

— исследовать функции на монотонность и экстремумы;

— строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;

— владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;

— владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;

— применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.

*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*

— решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;

— интерпретировать полученные результаты.



*Выпускник получит возможность научиться:*

— свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;

— свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;

— оперировать понятием первообразной функции для решения задач;

— оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;

— уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;

— уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;

— уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);

— уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания.

### **Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика**

*Выпускник научится:*

— оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральной совокупности и выборкой из нее;

— оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

— владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;

— понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;

*будет иметь представление:*

– об основах теории вероятностей;

- о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- о совместных распределениях случайных величин;
- о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- о корреляции случайных величин.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

*Выпускник получит возможность:*

- получить представление о центральной предельной теореме;
- получить представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- получить представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;
- получить представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- получить представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- овладеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- получить представление о деревьях и уметь применять их при решении задач;
- овладеть понятием связности и уметь применять компоненты связности при решении задач;
- осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;

— получить представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;

— овладеть понятиями конечные и счетные множества и научиться их применять при решении задач;

— применять метод математической индукции;

— применять принцип Дирихле при решении задач.

### **Текстовые задачи**

*Выпускник научится:*

— решать разные задачи повышенной трудности;

— анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;

— строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;

— решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;

— анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;

— переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

решать практические задачи и задачи из других предметов.

### **Геометрия**

*Выпускник научится:*

— владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

— самостоятельно формулировать определения геометрических фигур; выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их; обобщать или конкретизировать результаты

на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;

— исследовать чертежи, включая комбинации фигур; извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;

— решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;

— формулировать и доказывать геометрические утверждения;

— владеть понятиями многогранника: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;

— владеть аксиомами стереометрии и следствиями из них, уметь применять их при решении задач;

— строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;

— владеть понятием скрещивающихся прямых в пространстве, уметь находить угол и расстояние между ними;

— применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;

— применять параллельное проектирование для изображения фигур;

— применять перпендикулярность прямой и плоскости при решении задач;

— владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;

— владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых, применять их при решении задач;

— владеть понятием угол между прямой и плоскостью, применять его при решении задач;

— владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости, применять их при решении задач;

— владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;

— владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды, усеченной пирамиды и уметь применять их при решении задач;

— владеть понятием правильных многогранников, применять теорему Эйлера;

— владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;

— владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;

— владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;

— владеть понятиями вписанной и описанной сфер, применять их при решении задач;

— владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;

— владеть понятиями развертки цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;

— владеть понятием площади сферы, применять его при решении задач;

— решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;

— владеть понятием подобия в пространстве, решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

*В повседневной жизни и при изучении других предметов:*

составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

*Выпускник получит возможность научиться:*

— владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;

— применять для решения задач свойства плоских, двугранных, трехгранных углов, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;

— владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;

— решать задачи о кратчайшем пути на поверхности многогранника, используя понятие развертки многогранника;

— владеть понятием конического сечения;

— владеть понятиями касающиеся сферы и комбинации тел вращения, применять их при решении задач;

— применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;

— владеть разными способами задания прямой, применять их при решении задач;

— применять векторный и координатный методы при решении задач и доказательстве теорем;

— применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды и тетраэдра, теоремы об отношениях объемов при решении задач;

— применять метод объемов при решении задач;

— применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;

— владеть понятиями движения в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;

— находить площадь ортогональной проекции;

— владеть понятием многогранного угла и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;

— владеть понятиями преобразований подобия, гомотетии, применять их при решении задач;

### **Векторы и координаты в пространстве**

*Выпускник научится:*

— владеть понятиями векторы и их координаты;

— выполнять операции над векторами;

— использовать скалярное произведение векторов при решении задач;

— применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;

— применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач.

*Выпускник получит возможность научиться:*

— находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;

— задавать прямую в пространстве;

— находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;

— находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат.

## **История математики**

*Выпускник научится:*

владеть представлением о вкладе выдающихся математиков в развитие науки.

## **Методы математики**

*Выпускник научится:*

— использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;

— применять основные методы решения математических задач;

— на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;

— применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;

— пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов.

*Выпускник получит возможность научиться применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).*

## **Содержание программы**

### **ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ**

Делимость целых чисел. Деление с остатком. *Сравнения*. Решение задач с целочисленными неизвестными.

Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах



записи. Комплексно сопряженные числа. *Возведение в натуральную степень (формула Муавра). Основная теорема алгебры.*

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Решение целых алгебраических уравнений. *Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.*

Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

## **ТРИГОНОМЕТРИЯ**

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла, тройного угла. Формулы половинного угла. Формула вспомогательного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования тригонометрических выражений. Тригонометрические уравнения и неравенства.

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс, их свойства. *Простейшие уравнения с ними.*

## **ФУНКЦИИ**

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Выпуклость функции. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

## **НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и её сумма. Теоремы о пределах последовательностей. *Переход к пределам в неравенствах.*

Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. Производные сложной и обратной функций. Вторая производная и ее физический смысл. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, при решении текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

## **УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений и неравенств.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными простейших типов. Решение систем неравенств с одной переменной.

Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

## **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.

## **ГЕОМЕТРИЯ**

### **Геометрия на плоскости**

Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.

Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма.

Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

Геометрические места точек.

Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

Теорема Чевы и теорема Менелая.

*Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.*

*Неразрешимость классических задач на построение.*

### **Прямые и плоскости в пространстве**

Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.

### **Многогранники**

Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная).

Сечения многогранников. Построение сечений.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

### **Тела и поверхности вращения**

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения. *Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса.* Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.

Цилиндрические и конические поверхности.

### **Объемы тел и площади их поверхностей**

Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.

Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

### **Координаты и векторы**

Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора

по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.